

LEITFADEN FÜR DIE LEHRERFORTBILDUNG MODUL 2: UNSTRUKTURIERTE AUFGABEN MEISTERN

„Stehe ich nur daneben und schaue zu oder greife ich ein und sage ihnen was zu tun ist?“

Einleitung

Im Mathematikunterricht und den meisten anderen naturwissenschaftlichen Fächern erhalten SchülerInnen strukturierte Aufgaben, das heißt, ihnen wird genau aufgezeigt, welche Methoden sie zum Ziel führen werden. SchülerInnen lernen, indem sie Instruktionen befolgen.

Probleme und Aufgaben, die sich aus der Wirklichkeit ergeben, gestalten sich jedoch anders. Wirklichkeitsbezogene Probleme dienen nicht nur der Übung bestimmter Kenntnisse, vielmehr erfordern sie vereinfachendes Denken, Modelldenken sowie die Anwendung des bereits vorhandenen Wissens und Überprüfung der Ergebnisse.

Es erscheint nur logisch, weniger strukturierte Aufgaben im Unterricht einzusetzen, da SchülerInnen in ihrem späteren Berufsleben auch mit derartigen Problemen konfrontiert werden. Umso wichtiger ist es, ihnen die Gelegenheit zu bieten an solchen Problemen zu arbeiten. Diese Einheit beschäftigt sich mit dem Vergleich von strukturierten und unstrukturierten Aufgaben und betrachtet die Anforderungen und Herausforderungen, die unstrukturierte Aufgaben an SchülerInnen und LehrerInnen stellen.

Inhaltsverzeichnis

Aktivität A:	Strukturierte Probleme Bearbeiten.....	2
Aktivität B:	Vergleich strukturierte und unstrukturierte Probleme	4
Aktivität C:	Strategien und Hilfestellungen	6
Aktivität D:	Unterricht beobachten und analysieren	8
Aktivität E:	Unterricht planen, durchführen und reflektieren.....	10
Leseempfehlungen		11
Quellenangaben		11

Anmerkung: ©Centre for Research in Mathematics Education, University of Nottingham, England
Dieses Material wurde für PRIMAS angepasst: Swan, M; Peard, D (2008). *Professional development resources*.
Bowland Maths Key Stage 3, Bowland Trust/ Department for Children, Schools and Families. In England online
verfügbar unter: <http://www.bowlandmaths.org.uk> Veröffentlichung erlaubt durch Bowland Trust.

AKTIVITÄT A: STRUKTURIERTE PROBLEME BEARBEITEN

Zeitaufwand: 20 Minuten.

Handout 1: Stellen Sie die folgenden drei Aufgaben:

- Ein Tischtennisturnier organisieren
- Eine Schachtel für 18 Pralinen entwerfen
- Den Body-Mass-Index ausrechnen

Diese Arten von Aufgaben findet man in vielen Lehrbüchern für Mathematik und Naturwissenschaften. Die ersten beiden Aufgaben werden in Gruppen bearbeitet. Die dritte ist eine Computer gestützte Aufgabe. Alle drei Aufgaben sind strukturiert, sodass die SchülerInnen in eine bestimmte Richtung gelenkt werden und ihnen wenig Handlungsspielraum gelassen wird.

- Bearbeiten Sie sorgfältig eine der drei Aufgaben.
- Führen Sie alle Entscheidung auf, die für die SchülerInnen übernommen werden.
- Formen Sie die Aufgabe so um, dass die SchülerInnen wieder mehr Entscheidungsspielraum haben; so werden die Aufgaben unstrukturierter.

Beispiel:

In der Aufgabe „Ein Tischtennisturnier organisieren“ wird den SchülerInnen gesagt,

- wie sie die Spieler benennen sollen (A, B, C... etc.).
- dass alle Spiele, die gespielt werden, aufzulisten sind.
- wie sie die Spiele systematisch organisieren sollen.
- wie sie die Spiele in der Tabelle anordnen sollen.
- dass ein Spieler nicht an zwei Tischen gleichzeitig spielen kann.

Handout 1: Strukturierte Probleme

Ein Tischtennisturnier organisieren

Sie haben die Aufgabe ein Tischtennisturnier zu organisieren.

- Es nehmen 7 Spieler am Turnier teil.
- Alle Spiele sind Einzel.
- Jeder muss einmal gegen jeden spielen.

1. Nennen Sie die Spieler A, B, C, D, E, F, G. Vervollständigen Sie die Liste, indem sie alle Spiele aufführen.

A v B B v C
A v C B v D
.....

2. Es stehen vier Tische zur Verfügung. Jedes Spiel dauert 30 Minuten. Das erste Spiel beginnt um 13:00 Uhr. Übertragen Sie die Tabelle auf ein Blatt und tragen Sie die Spiele nach der Reihenfolge in der sie stattfinden ein. Beachten Sie dabei, dass das Turnier in der kürzestmöglichen Zeit abgehalten werden soll. Ein Spieler kann nicht an zwei Tischen gleichzeitig spielen. Es ist möglich, dass Sie nicht alle Zeilen und Spalten für die Aufstellung brauchen werden.

Beginn	Tischnummer			
	1	2	3	4
13.00	A v B			
13.30				
14.00				
14.30				
15.00				
15.30				
16.00				
16.30				

Eine Schachtel für 18 Pralinen entwerfen

Sie arbeiten für einen Süßwarenhersteller und werden gebeten eine Schachtel für 18 Pralinen zu entwerfen. Jede Praline hat einen Durchmesser von 2 cm und eine Höhe von 1 cm. Die Schachtel soll – mit so wenigen Schnitten wie möglich – aus einem DIN A4 großen Karton hergestellt werden.

Zeigen Sie anhand des mit Punkten bedruckten Papiers wie sie den Karton zu einer Schachtel falten und zusammenkleben würden.

Stellen Sie nun die Schachtel her, um zu überprüfen, ob Ihr Entwurf stimmt.

(Note: The grid below contains a small rectangle with a circled '18' inside, indicating the number of pralines to be accommodated.)

Body Mass Index ausrechnen

Dieser Rechner dient der Bewertung des Körpergewichtes eines Erwachsenen

1. Wählen Sie als Körpergröße 2 m - eine sehr große Person! Vervollständigen Sie die unten stehende Tabelle und übertragen Sie Ihre Ergebnisse in ein Diagramm.

Gewicht (kg)	60	70	80	90	100	110	120	130	140
BMI									

(a) Was ist der höchste BMI Wert für Untergewicht?
(b) Was ist der niedrigste BMI Wert für Übergewicht?
(c) Was passiert mit dem BMI, wenn Sie das Gewicht verdoppeln?
(d) Können Sie anhand des Gewichtes eine Regel für die Berechnung des BMI herleiten?

2. Das Körpergewicht beträgt 80 kg. Variieren Sie die Körpergröße.

(a) Was passiert mit dem BMI, wenn Sie die Körpergröße verdoppeln.
(b) Können Sie anhand der Körpergröße eine Regel für die Berechnung des BMI herleiten?
(c) Erstellen Sie ein Diagramm das die Relation des BMI eines Menschen zu seiner Körpergröße zeigt.

Mehr Informationen zum BMI finden Sie auf:
<http://www.nhsdirect.nhs.uk/magazine/interactive/bmi/index.aspx>

Hinweise für Schüler: Wenn Daten von Schülern in den Rechner eingegeben werden, so sollten die Ergebnisse nicht überbewertet werden. Der Rechner eignet sich nur für Erwachsene, die aus der Wachstumsphase raus sind. Ergebnisse der Jugendlichen werden verfälscht dargestellt.

AKTIVITÄT B: VERGLEICH STRUKTURIERTE UND UNSTRUKTURIERTE PROBLEME

Zeitaufwand: 10 Minuten

Handout 2 enthält die unstrukturierten Varianten der in Aktivität A bereits verwendeten Aufgaben

- Vergleichen Sie die unstrukturierten Varianten der Aufgaben mit den strukturierten Aufgaben.
- Welche Entscheidungen wurden den SchülerInnen überlassen?
- Welche pädagogischen Schwierigkeiten könnten unstrukturierte Aufgaben gerade in der Anfangsphase mit sich bringen?

Einige Schwierigkeiten, die LehrerInnen sofort benennen können sind folgende:

- Unstrukturierte Aufgaben sind schwerer zu meistern.
- Es erfordert mehr Aufwand eine Unterrichtsstunde mit unstrukturierten Aufgaben vorzubereiten.
- SchülerInnen wissen oft nicht wie sie anfangen sollen. Müssen wir die Aufgabe dann nicht doch für die SchülerInnen strukturieren?
- SchülerInnen werden nicht zwangsläufig ihr erworbenes Wissen einsetzen können.
- Wenn wir zu früh eingreifen, befolgen die SchülerInnen das, was wir ihnen sagen und entwickeln keine eigenen Ideen.
- SchülerInnen entwickeln unzählige Varianten von Lösungsansätzen und Lösungswegen.
- SchülerInnen brauchen die Bestätigung, dass es in Ordnung ist, verschiedene Ansätze auszuprobieren oder zu verschiedenen Lösungen zu gelangen.

Handout 3 enthält einige Anmerkungen zu den Lösungen der drei Aufgaben.

Handout 2: Unstrukturierte Varianten der Probleme

Ein Tischtennisturnier organisieren

Sie haben die Aufgabe ein Tischtennisturnier zu organisieren.

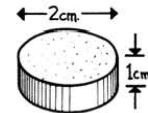
- 7 Spieler nehmen am Turnier teil.
- Alle Spiele sind Einzel.
- Jeder muss einmal gegen jeden spielen.
- Es stehen vier Tische zur Verfügung.
- Jedes Spiel dauert 30 Minuten.
- Das erste Spiel beginnt um 13:00 Uhr.



Wie planen Sie das Turnier, sodass es in der kürzestmöglichen Zeit abgehalten werden kann? Übertragen Sie die Spielinformationen auf ein Poster, damit alle Spieler wissen wann und wo sie spielen.

Eine Schachtel für 18 Pralinen entwerfen

Sie arbeiten für einen Süßwarenhersteller und werden gebeten eine Schachtel für 18 Pralinen zu entwerfen. Jede Praline hat einen Durchmesser von 2 cm und eine Höhe von 1 cm. Die Schachtel soll – mit so wenigen Schnitten wie möglich – aus einem DIN A4 großen Karton hergestellt werden.



Vergleichen Sie zwei Entwürfe und entscheiden Sie sich für den besseren Entwurf. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Stellen Sie die Schachtel her.

Body Mass Index ausrechnen

Dieser BMI Rechner, der auf einer Webseite zu Verfügung steht, eignet sich für die Bewertung des Körpergewichts eines Erwachsenen. Er ermittelt, ob ein Erwachsener untergewichtig oder übergewichtig ist. Welche Werte signalisieren Untergewicht, welche Übergewicht, welche sehr starkes Übergewicht?

Finden Sie heraus, wie der Rechner aus dem Körpergewicht und der Körpergröße den BMI ermittelt.

Body Mass Index (BMI) Calculator
Enter values for height and weight.

Height: metres

Weight: kilograms

BMI:

You are in the category

Body mass index (BMI) is measure of body fat that applies to adult men and women.

Hinweise für Schüler: Wenn Daten von Schülern in den Rechner eingegeben werden, so sollten die Ergebnisse nicht überbewertet werden. Der Rechner eignet sich nur für Erwachsene, die aus der Wachstumsphase raus sind. Ergebnisse der Jugendlichen werden verfälscht dargestellt.

AKTIVITÄT C: STRATEGIEN UND HILFESTELLUNGEN

Zeitaufwand: 30 Minuten.

LehrerInnen sind sich oft unsicher, zu welchem Zeitpunkt sie SchülerInnen ihre Hilfe anbieten sollen. Wenn dies zu früh geschieht, nehmen sie den SchülerInnen die Gelegenheit zu erleben, wie es ist auf unfruchtbaren Boden zu stoßen oder aus eigenem Antrieb zu einer Lösung zu gelangen. Wenn sie ihre Hilfe zu spät anbieten, kann es passieren, dass SchülerInnen an einem Problem verzweifeln, sich langweilen und sich nicht mehr auf die Aufgaben einlassen wollen.

Handout 4 enthält einige praktische Ratschläge zum Umgang mit unstrukturierten Aufgaben. Bitte beachten Sie diese Ratschläge:

- Welche Ideen sind nach Ihrem Empfinden schwierig umzusetzen? Warum ist das so?
- Gibt es Ratschläge, die Sie gerne noch auf die Liste setzen würden? Vervollständigen Sie die Tabelle mit Ihren eigenen Ideen.

Bruner verwendet den Ausdruck des „scaffolding“, um die konstruktive Hilfestellung der Lehrkraft zu beschreiben. (D. Wood, Bruner, & Ross, 1976). Der Lehrer/die Lehrerin ermutigt die SchülerInnen, möglichst viel ohne seine Hilfestellung zu erreichen und leistet nur ein Mindestmaß an Hilfestellung. Dabei hat die Hilfestellung folgende Funktionen: Komplexität reduzieren, durch Fragen Aufmerksamkeit auf die wesentlichen Aspekte lenken, Modelle für die Lösung der Aufgabe liefern. Während seiner Arbeit mit Kindern hat Wood (1988) verschiedene Ebenen des „scaffolding“ beschrieben – von direkter Steuerung bis nicht-direktiver Steuerung im Unterricht: allgemeine verbale Unterstützung, konkrete verbale Unterstützung, Komplexität der Aufgabe reduzieren und Modelle für die Lösung der Aufgabe liefern.

Wood führte zudem zwei Regeln der Kontingenz ein:

„Nachdem ein Kind trotz Hilfestellung an einer Aufgabe gescheitert zu sein scheint, sollte möglichst zeitnah eine intensivere Unterstützung durch die Lehrkraft erfolgen. Der Erfolg wird sichtbar, wenn das Kind bei einer weiteren Hilfestellung ein geringeres Maß an Unterstützung bedarf als zuvor und somit Schritt für Schritt unabhängiger von der Unterstützung der Lehrkraft wird.“ Wood (1988)

Der Kerngedanke ist, dass das „scaffolding“ Schritt für Schritt reduziert wird und die SchülerInnen an Unabhängigkeit gewinnen.

Handout 4: Praktische Ratschläge für den Unterricht

<p>Geben Sie Ihren SchülerInnen Zeit sich intensiv mit der Aufgabe zu beschäftigen und sie zu verstehen Erklären Sie Ihren SchülerInnen, dass sie sich Zeit nehmen können und nicht sofort nach Hilfe rufen, wenn sie für einen Moment nicht weiterkommen</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Nimm dir Zeit. Du brauchst dich nicht zu beeilen.</i> • <i>Was weißt du?</i> • <i>Was versuchst du herauszufinden?</i> • <i>Was ist fest? Was kann verändert werden?</i> • <i>Frag nicht direkt nach Hilfe. Versuche selbstständig darauf zu kommen.</i>
<p>Geben Sie Ihren SchülerInnen strategische Ratschläge, statt fachliche Unterstützung Vereinfachen Sie Aufgaben nicht, indem Sie sie für die SchülerInnen in einzelne Schritte zerlegen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Wie könntest du an diese Aufgabe herangehen?</i> • <i>Was hast du bisher ausprobiert?</i> • <i>Kannst du das an einem speziellen Beispiel zeigen?</i> • <i>Wie kannst du hier systematisch vorgehen?</i> • <i>Fällt dir dazu etwas Vergleichbares ein?</i>
<p>Ermutigen Sie SchülerInnen alternative Methoden und Ansätze in Betracht zu ziehen Lassen Sie die SchülerInnen ihre Methoden vergleichen</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Fällt dir eine andere Methode dafür ein?</i> • <i>Erläutere deinen Ansatz dem Rest der Gruppe.</i> • <i>Für welche der beiden Methoden hast du dich entschieden? Warum?</i>
<p>Fragen Sie Ihre SchülerInnen nach Erklärungen Lassen Sie die SchülerInnen argumentieren und ermutigen Sie sie, sich ihre Vorgehensweisen zu erklären.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Kannst du deine Methode erläutern?</i> • <i>Kannst du das nochmal mit anderen Worten erklären?</i> • <i>Kannst du Sarahs Aussage mit deinen eigenen Worten wiederholen?</i> • <i>Kannst du das aufschreiben?</i>
<p>Modelldenken und effektive Methoden Wenn SchülerInnen alles ausprobiert haben, dann ist es oft sehr wirkungsvoll ihnen einen erfolgversprechenden Ansatz aufzuzeigen. Wenn dies jedoch bereits zu Beginn der Aufgabe geschieht, kopieren SchülerInnen die Methode unreflektiert und ohne Verständnis der Notwendigkeit.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Ich werde versuchen diese Aufgabe selbst zu lösen, indem ich Schritt für Schritt laut mitdenke.</i> • <i>Ich werde vielleicht einige Fehler machen – versuche mitzuhelfen, sie zu entdecken!</i> • <i>Das ist eine Möglichkeit das Ergebnis zu verbessern.</i>

AKTIVITÄT D: UNTERRICHT BEOBACHTEN UND ANALYSIEREN

Zeitaufwand: 30 Minuten.

Die beiden Videos zeigen zwei SchülerInnen bei der Bearbeitung der unstrukturierten Aufgaben, die bereits zu Anfang von Ihnen bearbeitet wurden. Schauen Sie sich an, wie Michelle die Aufgabe „Ein Tischtennisturnier organisieren“ bearbeitet.

Während Sie sich das Video anschauen, achten Sie auf die folgenden Aspekte:

- Wie hat die Lehrkraft die Unterrichtsstunde organisiert? Welche Phasen konnten Sie beobachten?
- Welche Materialien hatte die Lehrkraft zur Verfügung? Wann wurden diese eingesetzt?
- Weshalb sollten die SchülerInnen in Kleingruppen arbeiten?
- Wie hat die Lehrkraft die SchülerInnen an das Problem herangeführt?
- Welche Ansätze wurden von den SchülerInnen verfolgt?
- Wie hat die Lehrkraft die SchülerInnen unterstützt, die zunächst mit der Aufgabe überfordert waren?
- Wie hat die Lehrkraft den Austausch von Ansätzen und Strategien gefördert?
- Was glauben Sie, haben die SchülerInnen gelernt?

Danach können Sie sich auch das Video anschauen, dass die Unterrichtsstunde der Lehrerin Judith zeigt: SchülerInnen sollen eine Schachtel für 18 Pralinen entwerfen.

Die Lehrerin Michelle beginnt die Stunde, indem Sie Ihre SchülerInnen an das Problem heranzuführt. Sie erklärt in welcher Konstellation die SchülerInnen miteinander arbeiten werden. Die SchülerInnen haben dann 3-4 Minuten Zeit, um selbstständig erste Ideen zur Herangehensweise an das Problem zu sammeln. So entwickeln sie eigenständig Ideen, die sie in der Gruppendiskussion untereinander austauschen können. Es folgt eine Diskussionsrunde mit Ideenaustausch. Das Video zeigt, wie SchülerInnen versuchen das Problem zu meistern und welche Schwierigkeiten damit verbunden sind. Einige SchülerInnen erkennen, dass vier Spalten nicht notwendig sind.

An dieser Stelle führt Michelle die zur Verfügung stehenden Informationsquellen ein. Sie betont, dass die SchülerInnen sich Zeit lassen sollen und einige vielleicht nicht fertig werden. Sie fügt hinzu, dass der Schwerpunkt auf der Herangehensweise liegt, nicht auf dem Ergebnis.

Während der Gruppenarbeit hört Michelle zu und greift ein, um die Denkprozesse der SchülerInnen zu vertiefen:

„Du hast jetzt einen Ansatz entwickelt. Nun hast du festgestellt, dass dieser Ansatz nicht funktioniert, nicht wahr? Wie musst du nun vorgehen?“

„Lies dir die Aufgabe noch einmal durch. Beachte die letzten beiden Sätze.“

SchülerInnen verwenden verschiedene Modelle und Informationsquellen, um das Problem zu lösen. Einige arbeiten mit Tabellen. Die verschiedenen Methoden werden in der Gruppendiskussion besprochen.

AKTIVITÄT E: UNTERRICHT PLANEN, DURCHFÜHREN UND REFLEKTIEREN

Zeitaufwand:

- **15 Minuten Vorbesprechung**
- **60 Minuten Unterrichtsdurchführung**
- **15 Minuten Nachbesprechung**
-

Wählen Sie eine der drei Aufgaben, die Sie für Ihre Klasse am geeignetsten halten.

Erläutern Sie die folgenden Punkte:

- Wie werden Sie die Sitzordnung und das Klassenzimmer gestalten?
- Wie möchten Sie ihre SchülerInnen in das Thema Fragen einführen?
- Erklären Sie den SchülerInnen, in welcher Konstellation sie zusammenarbeiten werden.
- Fordern Sie die SchülerInnen heraus, die das Problem als zu einfach empfinden. / Unterstützen Sie die SchülerInnen, die das Problem als zu schwierig empfinden.
- Unterstützen Sie den Austausch von alternativen Lösungsstrategien.
- Fassen Sie die Unterrichtsstunde abschließend zusammen.

Wenn Sie dieses Modul innerhalb einer Gruppe bearbeiten, wäre es sinnvoll, wenn alle Teilnehmer die gleiche Aufgabe für Ihren Unterricht wählen, so gestaltet sich die Nachbesprechung einfacher.

Nach der Unterrichtsdurchführung folgt die Reflektion:

- Welche Ansichten hatten die SchülerInnen zu dieser Arbeitsmethode? Waren die SchülerInnen selbstsicher? Brauchten sie Hilfe? Welche Art von Hilfe? Und warum?
- Haben Sie sich verpflichtet gefühlt, Unterstützung zu leisten? Welche Art von Unterstützung? Und wann? Hatten Sie das Gefühl, zu viel oder zu wenig Unterstützung zu bieten?
- Welche Strategien setzten die SchülerInnen ein? Tauschen Sie Beispiele von Schülerarbeiten aus.
- Was glauben Sie, haben die SchülerInnen in dieser Unterrichtsstunde gelernt?

Wenn Ihnen die Zeit reicht, können Sie sich bei der Nachbesprechung die Aufnahme der jeweiligen Unterrichtsstunden anschauen.

LESEEMPFEHLUNGEN

The seminal text for asking pupils to think mathematically

Mason, J., Burton, L. and Stacey, K. (1982) *Thinking Mathematically*, London: Addison-Wesley

The book that inspired so much of the research into problem solving heuristics (or what to do when you are 'stuck')

Polya, G. (1957) *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*, (2nd Ed) Penguin Science.

QUELLENANGABEN

Wood, D. (1988). *How Children Think and Learn*. Oxford and Cambridge, MA: Blackwell.

Wood, D., Bruner, J., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of child psychology and psychiatry*, 17, 89-100.